

# Regiomontanus - Gymnasium Haßfurt - Grundwissen Mathematik Jahrgangsstufe 7

## Wissen und Können / Aufgaben, Beispiele, Erläuterungen

### Achsenspiegelung

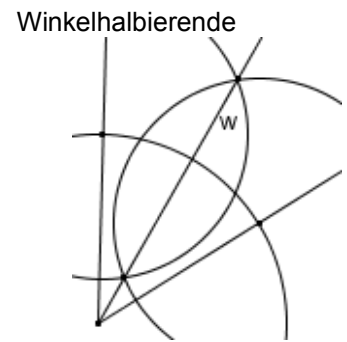
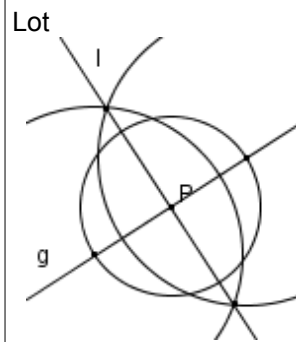
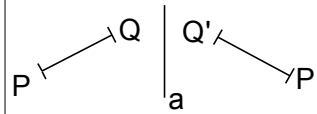
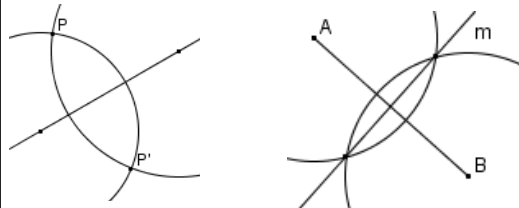
Für Punkt P, Spiegelpunkt P' und Spiegelachse a gilt:  $P=P'$ , falls P auf a liegt, ansonsten wird  $[PP']$  von a senkrecht halbiert.

Eigenschaften: Die Achsenspiegelung ist längen-, winkel- und kreistreu.

Punkte auf der Symmetrieachse sind von zwei zueinander symmetrischen Punkten gleichweit entfernt.

Grundkonstruktionen:

Spiegelpunkt: Spiegelachse (Mittelsenkrechte)

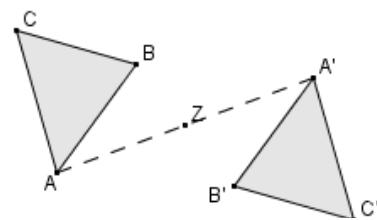


Oder: P an g spiegeln, falls P nicht auf g

### Punktspiegelung

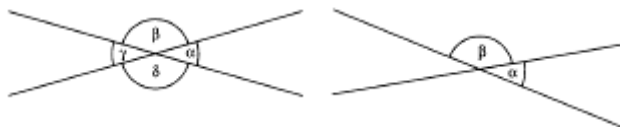
Eigenschaften: Die Punktspiegelung ist längen-, winkel- und kreistreu.

Zentrum Z mit  $\overline{AZ} = \overline{A'Z}$ ; die Punkte A, Z und A' liegen auf einer Geraden;



### Winkelbeziehungen

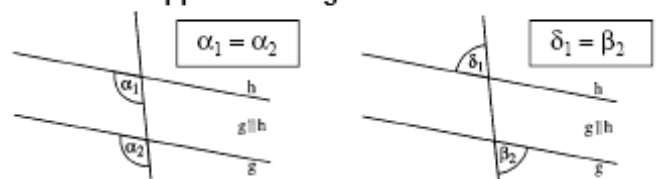
#### Winkel an zwei sich schneidenden Geraden



Scheitelwinkel sind gleich groß:  $\delta = \beta$  und  $\alpha = \gamma$

Nebenwinkel ergänzen sich zu  $180^\circ$ :  $\alpha + \beta = 180^\circ$

#### Winkel an Doppelkreuzungen



Wenn zwei Geraden g und h parallel sind, dann sind Stufen- und Wechselwinkel gleich groß

Umgekehrt gilt:

Wenn Stufen- und Wechselwinkel gleich groß sind, sind die Geraden parallel.

### Dreiecke

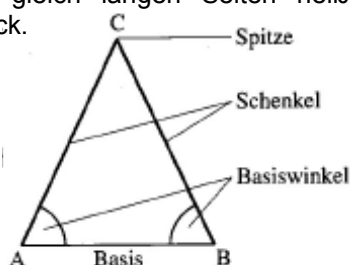
Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt  $180^\circ$ , die Innenwinkelsumme im Viereck beträgt  $360^\circ$ .

#### Gleichschenklige Dreiecke

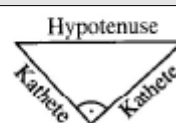
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck.

Sonderfall:

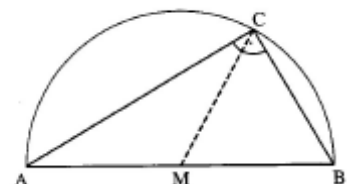
Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt gleichseitiges Dreieck.



#### Rechtwinklige Dreiecke



Satz des Thales:  
Ein Dreieck ABC hat in C genau dann einen rechten Winkel, wenn C auf dem Halbkreis über [AB] liegt.



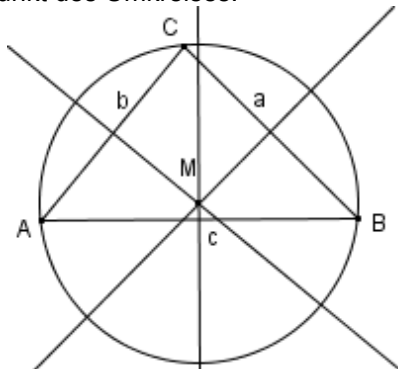
**Seiten – Winkel – Beziehung im Dreieck:**

Der größeren Seite liegt immer der größere Winkel gegenüber und dem größeren Winkel immer die größere Seite.

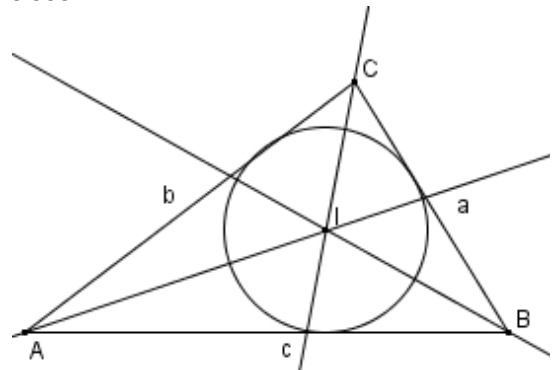
**Besondere Linien im Dreieck****Besondere Linien im Dreieck, die sich in einem Punkt schneiden:**

Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Höhen (bzw. die Verlängerung der Höhen)

Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist der Mittelpunkt des Umkreises:



Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist der Mittelpunkt des Inkreises:

**Kongruente Figuren**

Zwei deckungsgleiche Figuren F und G heißen zueinander kongruent:  $F \cong G$

**Kongruenzsätze**

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie:

- in drei Seiten (SSS) oder
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite (SsW) oder
- in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel (SWS) oder
- in einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln (WSW oder SWW) übereinstimmen.

**Terme**

Terme sind sinnvolle Rechenausdrücke mit Zahlen, Variablen und Rechenzeichen.

**Berechnung von Termwerten**

Um einen Termwert zu berechnen, ersetzt man alle im Term vorkommenden Variablen durch Zahlen bzw. Größen. Gleiche Variablen sind durch gleiche Zahlen und Größen zu ersetzen.

**Äquivalente Terme**

Zwei Terme, die bei jeder möglichen Ersetzung der Variablen durch Zahlen jeweils den gleichen Termwert ergeben, nennt man äquivalent.

$$T(x) = x^3 - 4x$$

$$T(5) = 5^3 - 4 \cdot 5 = 105$$

$$T(a;b) = a^2 + b^2$$

$$T(3;4) = 3^2 + 4^2 = 25$$

<p><b>Termumformungen</b></p> <p>1) Umformungen in Produkten</p> <p>2) Zusammenfassen gleichartiger Terme</p> <p>3) Klammernregeln:  <b>Plusklammern, Minusklammern</b>          Plusklammern können weggelassen werden. Bei Minusklammern müssen die Rechenzeichen geändert werden.</p> <p>4) Ausklammern:          ■ gleiche Faktoren können vor die Klammer gezogen werden.</p> <p>5) Multiplizieren von Summen          ■ <b>Faktor mal (Summen)Klammer (D-Gesetz):</b>          Jeder Summand in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert. (Vorzeichen berücksichtigen)          ■ <b>Klammer mal Klammer:</b> Jeder Summand der ersten Klammer wird mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert. (Vorzeichen berücksichtigen)          z.B. <math>(a + b)(c - d) = ac + bc - ad - bd</math></p>	<p>1) <math>4a \cdot 2b \cdot a \cdot 0,5b \cdot 2a = 8 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = 8a^3b^2</math>;</p> <p>2) <math>3a \cdot 2b - b \cdot 2a + 2ab^2 = 6ab - 2ab + 2ab^2 = 4ab + 2ab^2</math></p> <p>3) <math>3 + (x - 7) = 3 + x - 7 = x - 4</math></p> <p><math>x^2 - (2x^2 - y^2) = x^2 - 2x^2 + y^2 = -x^2 + y^2</math>;</p> <p>4) <math>4r^2 - 6r = 2r \cdot (2r - 3)</math>;</p> <p>5) <math>6z \cdot (2x + \frac{1}{3}z) = 12xz + 2z^2</math>;</p> <p><math>(-2 - 4k) \cdot (2k - 3) \cdot 2 = (-4k + 6 - 8k^2 + 12k) \cdot 2 =</math>  <math>= (6 - 8k^2 + 8k) \cdot 2 = 12 - 16k^2 + 16k</math>;</p> <p><b>WICHTIG: „Potenz vor Punkt vor Strich“</b></p>
<b>Gleichungen</b>	
<p>Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind.</p>	
<p><b>„Kochrezept“ zum Lösen einer Gleichung:</b></p> <p>1) Klammern auflösen und die Seiten der Gleichung jeweils so weit wie möglich zusammenfassen.</p> <p>2) Sortieren: Variablen auf eine Seite und die Zahlen auf die andere Seite der Gleichung bringen und jeweils zusammenfassen</p> <p>3) Division durch den Faktor „vor dem x“</p> <p>4) Lösungsmenge</p>	<p><math>7(-x+1) = 12(2-x)</math></p> <p><math>-7x + 7 = 24 - 12x</math>                        +12x - 7</p> <p><math>5x = 17</math>                                        :5</p> <p><math>x = 3,4</math></p> <p>IL = {3,4}</p>
<b>Prozentrechnung</b>	
<p>Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert</p>	<p>Der Preis für ein Paar Fußballschuhe wurde um 15% auf 63,75 € reduziert.          Was kosteten die Schuhe vorher?</p> <p>Sie kosten nun 85% des Grundwertes.</p> <p><math>0,85 \cdot x = 63,75 \text{ €}</math>        :0,85</p> <p><math>x = 63,75 \text{ €} : 0,85</math></p> <p><math>x = 75 \text{ €}</math></p> <p>A: Vorher kosteten die Fußballschuhe 75 €.</p>
<p><b>Mittelwert</b> = Summe der Werte : Anzahl der Werte</p>	<p>Mittelwert der Zahlen 1 bis 6 = <math>(1+2+3+4+5+6):6 = 3,5</math></p>
<p><b>Kreisdiagramme</b>          Kreissektorgröße ergibt sich aus: <math>100\% \hat{=} 360^\circ</math></p>	